

Appendice

“Niente è più insopportabile nell’uomo che il restare in completo riposo senza passioni, senza faccende, senza divertimenti, senza applicazione. Egli sente allora il suo niente, il suo abbandono, la sua insufficienza, la sua dipendenza, la sua impotenza, il suo vuoto.”

Blaise Pascal

Nell’appendice vengono analizzati più approfonditamente alcuni passaggi matematici omessi nei capitoli precedenti a scopo di alleggerirne la lettura. Verrà quindi mostrato il calcolo della radiazione di un disco rigido vibrante su schermo infinito, spiegata l’analogia dei circuiti equivalenti meccanici e acustici e trattata la radiazione di due sorgenti puntiformi in fase.

A.1 DISCO RIGIDO CIRCOLARE OSCILLANTE


Il disco rigido circolare oscillante su uno schermo piano infinito è una sorgente semplice ideale utile per l’analisi della radiazione dell’altoparlante. E’ un’analogia vicina alla situazione che vede il driver montato in una cassa tale da separare le radiazioni anteriore e posteriore.

Il modello è costituito da un disco circolare rigido in grado di vibrare ortogonalmente rispetto al piano infinitamente esteso su cui è montato. Il problema che ci si pone è il calcolo della pressione acustica in qualsiasi punto di uno dei due semispazi individuati dallo schermo prodotta dalle vibrazioni forzate del disco circolare. L’ipotesi che il radiatore sia rigido è necessaria affinché tutti i suoi punti vibrino in fase.

Il disco può essere considerato come costituito da infiniti elementi di superficie dS , ogni elemento analizzato come una sorgente puntiforme di onde sferiche radiante in tutto il semispazio preso in considerazione. In particolare può essere assimilato ad una semisfera pulsante di raggio dr_0 , tale che $dS = 2 \cdot \pi \cdot dr_0^2$. Il campo generato da questo elemento di superficie si può allora esprimere con:

$$\Delta p = \frac{H}{r} \cdot e^{j\omega(t-r/c)} \quad (\text{A.1})$$

$$u = \frac{H}{r \cdot \rho_0 \cdot c} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot (t - r/c)} + \frac{H}{j \cdot \omega \cdot \rho_0 \cdot r^2} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot (t - r/c)} \quad (\text{A.2})$$

dove r rappresenta la distanza tra l'elemento radiante e il punto in analisi, u la velocità delle particelle e H è una costante determinabile considerando il fatto che le relazioni devono valere qualunque sia la distanza r e in particolare per $r = dr_0$; imposta quindi la velocità di vibrazione U_0 dell'elemento dS , trascurando il primo termine a secondo membro della (A.2) rispetto al secondo, si ottiene 

Il valore della pressione acustica in un punto P a distanza r dal centro del disco si calcola integrando la (A.1), tenendo conto delle differenti distanze dal punto P , su tutta la superficie vibrante. Il calcolo conduce al seguente risultato:

$$\Delta p = \frac{A_0 \cdot \rho_0}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \left[\frac{2 \cdot J_1 \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\lambda} \cdot \sin \theta \right)}{\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\lambda} \cdot \sin \theta} \right] \cdot e^{j \cdot \omega \cdot (t - r/c)},$$

dove λ è la lunghezza d'onda, R è il raggio del disco, θ è l'angolo compreso tra il raggio r e l'asse del disco, J_1 è la funzione di Bessel di ordine uno e $A_0 = j \cdot \omega \cdot U_0$ è l'accelerazione imposta al disco vibrante.

L'equazione consente di stimare come varia la pressione acustica in funzione dell'angolo θ , fissate la frequenza e la distanza dal centro del disco. Per valori bassi della frequenza, quando il rapporto $2 \cdot \pi \cdot R/\lambda$ è minore di uno, la pressione acustica è quasi indipendente dall'angolo poiché il denominatore e il numeratore del rapporto tra parentesi quadre sono quasi uguali; in questo caso la radiazione è omnidirezionale. All'aumentare della frequenza la radiazione diventa sempre più direttiva, e compaiono anche lobi secondari di ampiezza minore.

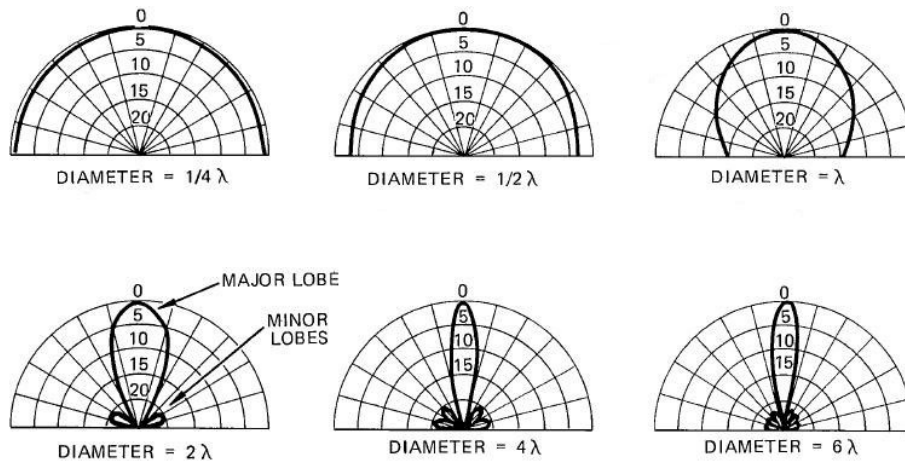


Fig. A.1: Caratteristiche direzionali del pistone rigido per varie lunghezze d'onda

A.2 IMPEDENZE MECCANICHE ED ACUSTICHE

L'analisi mediante circuiti equivalenti risulta più immediata e semplifica la parametrizzazione di fattori che coinvolgerebbero i campi elettrico, meccanico ed acustico. Poter riunire in un unico circuito elettrico tutta la struttura del sistema, tenendo conto dei limiti della rappresentazione, snellisce e velocizza lo studio e semplifica la creazione di software di progetto.

A.2.1 IMPEDENZE MECCANICHE

Si definisce impedenza meccanica il rapporto tra la forza meccanica \mathbf{F} e la velocità di vibrazione \mathbf{u} ; questa analogia deriva dalla corrispondenza formale tra l'equazione che esprime l'equilibrio meccanico delle forze e l'equazione che esprime l'equilibrio delle tensioni elettriche, facendo corrispondere la velocità di vibrazione alla corrente elettrica, la forza vibromotrice alla differenza di potenziale, la massa all'induttanza, la cedevolezza meccanica alla capacità e la resistenza meccanica alla resistenza elettrica. Questa analogia elettromeccanica prende il nome di analogia di Maxwell.

Per mostrare la corrispondenza formale possono essere confrontate l'equazioni riguardanti un risonatore serie:

$$F = M \cdot \frac{du}{dt} + R_m \cdot u + \frac{1}{C_m} \cdot \int_0^t u \cdot dt$$

$$V = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i \cdot dt .$$

In generale, l'espressione generale riguardante una impedenza meccanica, comprensiva della resistenza e della reattanza meccanica, sarà del tipo:

$$Z_m = \frac{F}{U} = R_m + j \cdot \left(\omega \cdot M - \frac{1}{\omega \cdot C_m} \right).$$

Mediante questa analogia lo studio di un sistema meccanico può essere effettuato tramite il tracciamento e l'analisi del suo equivalente elettrico; i risultati che si ricavano da questo si applicano poi al caso meccanico. Il vantaggio è nel poter risolvere il sistema senza passare attraverso le equazioni differenziali che lo governano, o addirittura nel fare alcune considerazioni senza neanche svolgere calcoli.

L'analogia di Maxwell regola anche il collegamento dei componenti: elementi meccanici in serie sono quelli ai quali compete la stessa velocità di vibrazione, in parallelo quelli sottoposti alla stessa forza vibromotrice.

A.2.2 IMPEDENZE ACUSTICHE

Nello studio di sistemi in cui le oscillazioni meccaniche avvengono in un mezzo fluido conviene utilizzare la pressione acustica al posto della forza vibromotrice. L'analisi di cavità piccole rispetto alla lunghezza d'onda del suono è direttamente applicabile al caso dei diffusori acustici.

Si definisce impedenza acustica Z_a il rapporto tra la pressione acustica P , espressa in valore efficace, e la portata acustica o flusso di volume ψ attraverso un'area S ortogonale alla direzione di propagazione ($\psi = S \cdot u$).

L'espressione dell'impedenza acustica vale pertanto:

$$Z_a = \frac{P}{\psi} = R_a + j \cdot \left(\omega \cdot M_a - \frac{1}{\omega \cdot C_a} \right),$$

ove R_a è la resistenza acustica, M_a la massa acustica e C_a la cedevolezza acustica. L'esame di alcuni sistemi acustici elementari spiega l'utilizzo delle equivalenze:


- Cedevolezza acustica di una cavità. Si prenda in esame una cavità chiusa di volume V , avente al posto di una parete un pistone rigido in grado di oscillare. Forzando una oscillazione di frequenza f , la cui lunghezza d'onda sia grande rispetto alle dimensioni della cavità, la pressione del gas all'interno varia solo rispetto al tempo, e in ogni istante rimane uniforme in tutto il volume. Per una trasformazione adiabatica, e per piccoli valori degli incrementi di pressione e volume, si può utilizzare la relazione lineare $\Delta P/P_0 = \gamma \cdot \Delta V/V_0$, dove P_0 e V_0 rappresentano rispettivamente la pressione e il volume della cavità a riposo e γ il rapporto tra calore specifico a pressione costante e a volume

costante del gas all'interno della cavità (per l'aria γ vale 1.4). Indicando con P il valore efficace della variazione di pressione, con V il valore efficace della variazione di volume ed utilizzando la relazione $\psi = j \cdot \omega \cdot V$ si ottiene la seguente equazione:

$$P = \frac{\gamma \cdot P_0 \cdot \psi}{j \cdot \omega \cdot V_0},$$

dalla quale si può ricavare l'impedenza acustica, in questo caso di tipo capacitivo, con cedevolezza acustica C_a , con la relazione:

$$C_a = \frac{V_0}{\gamma \cdot P_0}.$$

- Inertanza acustica di un tubo. Si prenda in esame un tubo di lunghezza l e di area della sezione trasversale S , aperto ad una estremità ed alimentato dall'altra da un pistone vibrante. Le dimensioni del tubo devono essere piccole rispetto alla lunghezza d'onda ma, allo stesso tempo, la dimensione trasversale abbastanza grande da poter trascurare i fenomeni di viscosità e di adesione dell'aria alle pareti; in questo modo si può supporre che l'aria all'interno del cilindro si muova solidale al pistone, senza compressioni o rarefazioni. La massa d'aria contenuta nel tubo è pari a $m = \rho \cdot l \cdot S$, dove ρ rappresenta la densità dell'aria, e applicando al pistone una pressione P l'equilibrio dinamico delle forze può essere espresso con , avendo espresso con U il valore efficace della velocità di vibrazione. Introducendo la portata acustica: $P = j \cdot \omega \cdot m \cdot \psi / S^2$, e da questa relazione si ricava che l'impedenza acustica del tubo, in corrispondenza della sua sezione d'ingresso, è di tipo induttivo, con inertanza M_a ricavabile mediante la relazione $M_a = \rho \cdot l / S$.
- Resistenza acustica. Negli esempi precedenti sono stati trascurati alcuni fenomeni che oltre a variare i valori di inertanza e cedevolezza rappresentano le principali cause di dissipazione della energia elastica, introducendo una parte reale nelle impedenze considerate.

Nel caso del tubo, l'approssimazione è stata di considerare costante la velocità delle particelle d'aria appartenenti alla stessa sezione ortogonale del condotto; nella realtà, a causa dell'adesione delle particelle alle pareti del tubo, la velocità varia da nulla in corrispondenza delle pareti a massima al centro. Per effetto di questo gradiente di velocità si manifestano fenomeni di dissipazione dell'energia elastica, rappresentabili mediante una resistenza acustica R_a . Essendo R_a ed M_a legate alla stessa portata acustica sono collegate in serie tra loro. Piccole sezioni del tubo portano ad elevati valori di

dissipazione, un diametro sufficientemente piccolo si comporterebbe come una resistenza acustica sensibilmente pura.

Nel caso di una cavità si deve considerare l'effetto di conduzione termica delle pareti; le variazioni di pressione comportano piccole variazioni di temperatura rispetto al valore di riposo, compensate dalla conduzione termica delle pareti. Conseguentemente le variazioni di pressione sono un po' inferiori del caso di trasformazione adiabatica e si ha dissipazione di energia elastica in calore. Si tiene conto di questo effetto introducendo una conduttanza acustica G_a in parallelo a C_a .

A.3 SORGENTI PUNTIFORMI DOPPIE

L'analisi della pressione generata in funzione dell'angolo e della distanza da due sorgenti puntiformi che vibrano in fase è utile per comprendere il comportamento generale di due altoparlanti che lavorano nello stesso range di frequenze. Può essere il caso di due trasduttori a cui viene applicato lo stesso segnale o la regione di crossover tra due altoparlanti differenti.

Considerato quindi il caso in cui due sorgenti 1 e 2, poste alla distanza reciproca d e vibranti in fase si può calcolare la pressione in un punto generico distante r dal centro del segmento che congiunge le due sorgenti, e formante con angolo θ con lo stesso.

La pressione generata dalla sorgente 1 al punto di analisi vale:

$$P_1 = - \frac{jk \cdot \rho_0 \cdot c \cdot A}{r} \cdot e^{j\omega \cdot t} \cdot e^{-jk \left(r - \frac{d \cdot \sin \theta}{2} \right)},$$

analogamente, la pressione generata dalla sorgente 2 vale:

$$P_2 = - \frac{jk \cdot \rho_0 \cdot c \cdot A}{r} \cdot e^{j\omega \cdot t} \cdot e^{-jk \left(r + \frac{d \cdot \sin \theta}{2} \right)}.$$

La pressione acustica totale nel punto in analisi sarà data dalla sovrapposizione delle due pressioni generate dalle singole sorgenti:

$$P = - \frac{jk \cdot \rho_0 \cdot c \cdot A}{r} \cdot e^{j\omega \cdot t} \cdot e^{-jk \cdot r} \cdot \frac{\sin(k \cdot d \cdot \sin \theta)}{\sin\left(\frac{k \cdot d \cdot \sin \theta}{2}\right)}.$$

Al variare della distanza tra le sorgenti e della lunghezza d'onda della frequenza riprodotta cambia il comportamento della sorgente combinata:

- Se $d < \lambda$, le due sorgenti agiscono sul punto di analisi in concordanza di fase e la pressione acustica risultante è pari al doppio di quella prodotta da una singola sorgente. La caratteristica direzionale è una circonferenza, come nel caso di sorgente puntiforme.

- Quando d non è più trascurabile rispetto a λ le due pressioni acustiche sono sfasate tra loro, la sorgente doppia diviene direttiva e nel diagramma polare si riscontra la formazione di lobi pronunciati. In particolare, quando le due pressioni sono in opposizione di fase si ottiene un buco di risposta nel diagramma polare.

Grafici del comportamento polare al variare del rapporto tra d e λ sono mostrati nel paragrafo 6.2.

Bibliografia

“Chi intenderà, chi difenderà la giovinezza sublime dalla sterile sapienza dell'età virile e dalla lugubre tirannia dei vecchi?

Gli uni e gli altri hanno l'anima che già è morta a metà, e non lo sanno!

La loro sapienza aiuta a morire, non a vivere; e la gioventù ha una sua sapienza innata di ben altro valore, perché in essa si contengono le leggi della vita.”

Alfredo Panzini

CAPITOLO 2

- [1] A. N. Thiele, “Loudspeaker in vented box: part I”, J. Audio Eng. Soc., vol.19, 1971 May
- [2] A. N. Thiele, “Loudspeaker in vented box: part II”, J. Audio Eng. Soc., vol.19, 1971 June
- [3] Richard H. Small, “Closed-box loudspeaker system part I: Analysis”, J. Audio Eng. Soc., vol. 20, 1972 December
- [4] Richard H. Small, “Closed-box loudspeaker system part I: Synthesis”, J. Audio Eng. Soc., vol. 21, 1972 January-February
- [5] Richard H. Small, “Vented-box loudspeaker system part I: small signal analysis”, J. Audio Eng. Soc., vol. 21, 1973 June
- [6] Richard H. Small, “Vented-box loudspeaker system part II: large signal analysis”, J. Audio Eng. Soc., vol. 21, 1973 July-August
- [7] Richard H. Small, “Vented-box loudspeaker system part III: synthesis”, J. Audio Eng. Soc., vol. 21, 1973 September
- [8] Richard H. Small, “Vented-box loudspeaker system part IV: appendices”, J. Audio Eng. Soc., vol. 21, 1973 October

CAPITOLO 3

- [9] W. Klippel, “Dynamic measurement and interpretation of the nonlinear parameter of electrodynamic loudspeaker”, J. Audio Eng. Soc., vol. 38, 1990 December

- [10] W. Klippel, “Nonlinear large signal behavior of electrodynamic loudspeaker at low frequency”, J. Audio Eng. Soc., vol. 40, 1992 June
- [11] W. Klippel, “Distortion analyzer – a new tool for assessing and improving electrodynamic transducer”, presented at the 108th AES Convention, 2000 February, preprint 5109
- [12] I. Aldoshina, A. Voishvillo and V. Mazin, “Modelling of flux modulation distortion in moving coil loudspeakers by the finite element method”, presented at the 98th AES Convention, 1995 February, preprint 3996
- [13] J. Vanderkooy, “A model of loudspeaker driver impedance incorporating eddy currents in the pole structure”, J. Audio Eng. Soc., vol. 37, 1989 March
- [14] J. R. Bowler, N. Harfield and N. P. Merricks, “A theoretical analysis of eddy current effects in loudspeaker motors”, J. Audio Eng. Soc., vol. 48, 2000 July - August
- [15] W. Marshall Leach, “Loudspeaker voice coil inductance losses: circuit models, parameter estimation, and effect on frequency response”, J. Audio Eng. Soc., vol. 50, 2002 June
- [16] G. L. Beers and H. Belar, “Frequency modulation distortion in loudspeaker”, Proc. Inst. Radio Electron. Eng. 31, 132 - 138, 1943
- [17] P. W. Klipsh, “Subjective effects of frequency modulation distortion”, J. Audio Eng. Soc., vol. 6, 1958
- [18] P. W. Klipsh, “Modulation distortion in loudspeaker”, J. Audio Eng. Soc., vol. 17, 1969
- [19] J. Moir, “Doppler distortion in loudspeaker”, Audio 60 (8), 42 – 52, 1976
- [20] R. Allison and E. Villchur, “The audibility of doppler distortion in loudspeaker”, presented at the 70th AES Convention, 1981 October, preprint 1844

CAPITOLO 5

- [21] L. L. Beranek, “Acoustics”, McGraw-Hill, New York 1954
- [22] C. Heil and M. Urban, “Sound fields radiated by multiple sound sources arrays”, presented at the 92nd AES Convention, 1992 October, preprint 3269
- [23] C. Heil, M. Urban and P. Bauman, “Wavefront Sculpture Technology”, J. Audio Eng. Soc., vol. 51, 2003 October
- [24] M. S. Ureda, “Line arrays: theory and applications”, presented at the 10th AES Convention, 2001 May

CAPITOLO 6

- [25] S. Alexandrov, patent number 5,878,148, 1999 March
- [26] L. L. Beranek, “Acoustics”, McGraw-Hill, New York 1954

[27] G. Moncada Lo Giudice, S. Santoboni, “Acustica”, Casa Editrice Ambrosiana, Milano 2000

SOFTWARE E APPARECCHI DI MISURA UTILIZZATI

- Matlab, The MathWorks, www.mathworks.com
- Simulink, The MathWorks, www.mathworks.com
- Micro-Cap, Spectrum Software, www.spectrum-soft.com
- LEAP, LinearX, www.linearx.com
- Audio per Windows, TechniPress
- Clio, Audiomatica, www.audiomatica.com
- Audio Precision, www.audioprecision.com
- Femm, Foster-Miller, <http://femm.foster-miller.net>
- AutoCAD, Autodesk, www.autodesk.com

PRINCIPALI SITI DI INTERESSE

- Proel, www.proelgroup.com
- Eighteen Sound, www.eighteensound.com
- BMS, www.bmspro.info